**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο R και c σταθερός πραγματικός αριθμός, να αποδείξετε με τη χρήση του ορισμού της παραγώγου ότι

 για κάθε 

**Μονάδες 7**

**Α2.** Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 4**

**Α3.** Πότε μια ποσοτική μεταβλητή λέγεται διακριτή και πότε συνεχής;

**Μονάδες 4**

**Α4.** *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

**α)** Αν για τη συνάρτηση f ισχύει , για , και η παράγωγος της f΄ διατηρεί πρόσημο εκατέρωθεν του x0, τότε η f είναι γνησίως μονότονη στο (α, β) και δεν παρουσιάζει ακρότατο στο διάστημα αυτό.

(μονάδες 2)

**β)** Για δύο οποιαδήποτε ενδεχόμενα Α, Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει:



(μονάδες 2)

**γ)** Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατονομή το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκονται στο διάστημα , όπου  η μέση τιμή και S η τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

(μονάδες 2)

**δ)** Αν xi είναι τιμή μιας ποσοτικής μεταβλητής X, τότε η αθροιστική συχνότητα Νi εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες της τιμής xi.

(μονάδες 2)

**ε)** Το κυκλικό διάγραμμα είναι ένας κυκλικός δίσκος χωρισμένος σε κυκλικους τομείς, τα εμβαδά ή, ισοδύναμα, τα τόξα των οποίων είναι ανάλογα προς τις αντίστοιχες συχνότητες vi ή τις σχετικές συχνότητες fi των τιμών xi της μεταβλητής.

(μονάδες 2)

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το ιστόγραμμα συχνοτήτων, το οποίο παριστάνει τις πωλήσεις σε χιλιάδες ευρώ που έγιναν από τους πωλητές μιας εταιρείας κατά τη διάρκεια ενός έτους.



**Β1.** Να βρείτε το πλήθος των πωλητών της εταιρείας.

**Μονάδες 5**

**Β2.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων της κατανομής των πωλήσεων κατάλληλα συμπληρωμένο, δικαιολογώντας τη στήλη με τις σχετικές συχνότητες fi, i=1, 2, 3, 4



**Μονάδες 8**

**Β3. α)** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των πωλήσεων του έτους.

(μονάδες 6)

**β)** Να βρείτε το πλήθος των πωλητών που έκαναν πωλήσεις τουλάχιστον 4,5 χιλιάδων ευρώ (θεωρούμε ότι οι παρατηρήσεις κάθε κλάσης είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες)

(μονάδες 6)

**Μονάδες 12**

**ΘΕΜΑ Γ**

Ένα δοχείο περιέχει κόκκινες (Κ), άσπρες (Α) και πράσινες (Π) μπάλες. Επιλέγουμε τυχαία μία μπάλα. Η πιθανότητα να προκύψει κόκκινη μπάλα είναι Ρ(Κ)=x1, ενώ η πιθανότητα να προκύψει άσπρη μπάλα είναι Ρ(Α)=x2, όπου x1, x2 είναι οι θέσεις των τοπικών ακροτάτων της συνάρτησης

,  με x1<x2

**Γ1.** Να βρείτε τις πιθανότητες Ρ(Κ), Ρ(Α) και Ρ(Π), όπου Ρ(Π) η πιθανότητα να προκύψει πράσινη μπάλα.

**Μονάδες 10**

**Γ2.** Αν  και , να βρείτε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων:

Γ: «η μπάλα που επιλέγεται τυχαία να είναι κόκκινη ή άσπρη»

Δ: «η μπάλα που επιλέγεται τυχαία να είναι ούτε κόκκινη ούτε άσπρη»

Ε: «η μπάλα που επιλέγεται τυχαία να είναι άσπρη ή να μην είναι πράσινη».

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Αν οι άσπρες μπάλες είναι κατά τέσσερις (4) λιγότερες από τις πράσινες μπάλες, να βρείτε πόσες μπάλες έχει το δοχείο.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Δ**

Θεωρούμε ένα κουτί σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με βάση ορθογώνιο και **ανοικτό από πάνω**.



Το ύψος του κουτιού είναι 5dm. Η βάση του κουτιού έχει σταθερή περίμετρο 20dm και μία πλευρά της είναι x dm με 0<x<10

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι η συνολική επιφάνεια του κουτιού ως συνάρτηση του x είναι

Ε(x)= -x2+10x+100,  και να βρείτε για ποια τιμή του x το κουτί έχει μέγιστη επιφάνεια.

**Μονάδες 8**

Στη συνέχεια θεωρούμε τα σημεία Ai(xi, yi), όπου yi=E(xi), i=1, 2, …, 15 με 5=x1<x2<…<x14<x15=9

**Δ2.** Αν το δείγμα των τετμημένων xi, i=1, 2,…,15 των παραπάνω σημείων Ai(xi, yi)

* δεν είναι ομοιογενές
* έχει μέση τιμή =8 και
* τυπική απόκλιση s τέτοια, ώστε 2s2-5s+2=0

τότε:

**α)** να αποδείξετε ότι s=2

(μονάδες 4)

**β)** να βρείτε τη μέση τιμή των , με i=1, 2,…, 15

Δίνεται ότι: 

(μονάδες 4)

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Επιλέγουμε τυχαία ένα από τα παραπάνω σημεία Α(xi, yi), i=1, 2,…, 15. Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου:

Β={Α(xi, yi), i=1, 2,…, 15 τέτοια, ώστε yi>-4xi+9R+1}, όπου R είναι το εύρος των yi=E(xi), i=1, 2,…, 15

**Μονάδες 9**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 30

Α2. Θεωρία σχολικού Βιβλίου σελίδα 13

**Α3.** Θεωρία σχολικού Βιβλίου σελίδα 59

**Α4.** α. Σωστό **β.** Λάθος **γ.** Λάθος **δ.** Λάθος **ε.** Σωστό

**ΘΕΜΑ Β**

**Β1.** 

**Β2.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Κλάσεις | Κεντρικές Τιμές | Συχνότητα | Σχετική Συχνότητα |  |
| [2,4) | 3 | 12 | 0,30 | 36 |
| [4,6) | 5 | 8 | 0,20 | 40 |
| [6,8) | 7 | 14 | 0,35 | 98 |
| [8,10) | 9 | 6 | 0,15 | 54 |
| Σύνολο |  | 40 | 1 | 228 |

 

 

**Β3. α)**  χιλ. ευρώ.

**Β)** Το πλήθος των πωλητών με πωλήσεις τουλάχιστον 4,5 χιλιάδων ευρώ είναι 

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** , 

 ή 

Το πρόσημο της f΄ φαίνεται από τον παρακάτω πίνακα:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x |  | | |
| f΄(x) | + | – | + |
| f(x) | Γνησίως αύξουσα | Γνησίως φθίνουσα | Γνησίως αύξουσα |

Στο  η f παρουσιάζει τ.μέγιστο και στο  η f παρουσιάζει τ.ελάχιστο.

Άρα 



**Γ2.** 





**Γ3.** Έστω x οι πράσινες και x – 4 οι άσπρες και ν όλες οι μπάλες





Άρα 

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Αν y dm η άλλη διάσταση της βάσης τότε:

2x + 2y = 20 , οπότε y = 10 – x



, 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | 0 5 10 | |
| E΄(x) | + | – |
| E(x) | Γνησίως αύξουσα | Γνησίως φθίνουσα |

Ολικό μέγιστο

Για x = 5 dm το κουτί έχει την μέγιστη επιφάνεια

**Δ2.** Αφού το δείγμα δεν είναι ομοιογενές τότε:



Έχουμε  ή  (απορρίπτεται)

Άρα s = 2

**β)** 

Άρα 

**Δ3.** Επειδή η Ε γνησίως φθίνουσα στο [5,10) και αφού  τότε  οπότε 

Έχουμε 



Οπότε 



ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΕ Ο ΤΟΜΕΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΩΝ **ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ**

**«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ**

ΚΟΥΣΗΣ Π. – ΣΙΦΝΑΙΟΣ Δ. – ΤΖΩΡΤΖΙΝΗΣ Ι. – ΦΙΛΙΟΓΛΟΥ Ε. – ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΣ Α.